

Handleiding Maple 10

Metha Kamminga–van Hulsen

Meer informatie over deze en andere uitgaven kunt u verkrijgen bij:

Sdu Klantenservice
Postbus 20014
2500 EA Den Haag
tel.: 070 378 98 80
fax: 070 378 97 83

© 2006 Sdu Uitgevers bv, Den Haag
1^e druk, 1^e oplage januari 2006

Academic Service is een imprint van Sdu Uitgevers bv.

Zetwerk: Elvenkind B.V., Dordrecht
Omslagontwerp: Studio kader, Stolwijk
Druk- en bindwerk: DeltaHage, Den Haag

ISBN 90 395 2346 0
NUR 123/991

Alle rechten voorbehouden. Alle auteursrechten en databankrechten ten aanzien van deze uitgave worden uitdrukkelijk voorbehouden. Deze rechten berusten bij Sdu Uitgevers bv.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet 1912 gestelde uitzonderingen, mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voorzover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich te wenden tot de Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/pro). Voor het overnemen van een gedeelte van deze uitgave ten behoeve van commerciële doeleinden dient men zich te wenden tot de uitgever.

Hoewel aan de totstandkoming van deze uitgave de uiterste zorg is besteed, kan voor de afwezigheid van eventuele (druk)fouten en onvolledigheden niet worden ingestaan en aanvaarden de auteur(s), redacteur(en) en uitgever deswege geen aansprakelijkheid voor de gevolgen van eventueel voorkomende fouten en onvolledigheden.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the publisher's prior consent.

While every effort has been made to ensure the reliability of the information presented in this publication, Sdu Uitgevers neither guarantees the accuracy of the data contained herein nor accepts responsibility for errors or omissions or their consequences.

Woord vooraf

Deze Handleiding Maple 10 is een herziene versie van de handleiding die in 2002 verscheen. De versies van Maple volgen elkaar in hoog tempo op en er wordt hard gewerkt om met de tijd mee te gaan en de gebruiksvriendelijkheid te verhogen.

De handleiding die nu voor je ligt, is te gebruiken bij Maple 8, 9, 9.5 en 10. Bij het boek hoort een cd-rom met een demo-versie van het computeralgebrasysteem Maple 10 en verder nog de invoerregels van alle voorbeelden van het gehele boek, de appendix in de vorm van een werkblad, enkele toetsbanken voor het toetsprogramma MapleTA, enkele Maplets met broncode en een lijst met Maple-commando's per hoofdstuk. Niets staat meer in de weg om snel aan de slag te gaan. Op de cd-rom is het ook mogelijk over de inputregels van de voorbeelden voor versie 9 te beschikken. De handleiding is commando-georiënteerd ten behoeve van de reproduceerbaarheid van de werkbladen (worksheets). Er worden echter ook aanwijzingen gegeven voor menu-gestuurde opdrachten die wat gebruiksvriendelijker zijn voor de incidentele gebruiker van het pakket. Op de website <http://www.nhl.nl/~kamma> is steeds de laatste informatie te vinden over nieuwe versies en meer geavanceerde aanvullingen op de handleiding.

Op hogescholen en universiteiten wordt steeds meer gebruikgemaakt van digitale leeromgevingen en internet. Dat alles brengt met zich mee dat er steeds meer op een digitale manier gecommuniceerd gaat worden. Maple kan daarin een belangrijke bijdrage leveren op het gebied van de schriftelijke communicatie met formules en berekeningen, maar ook op het gebied van Maplets waarmee visualisaties van wiskundige begrippen en trainingen tot de mogelijkheden behoren. In de handleiding is een hoofdstuk opgenomen met tips voor het gebruik van Maple als tekstverwerker, ook in combinatie met internet en tips over het maken van Maplets.

Er zijn uitgebreide exportmogelijkheden voor werkbladen. Ook de exportmogelijkheden van de grafieken, animaties, spreadsheets en matrices zijn talrijk. Bovendien is Maple compatibel met vele andere applicaties. Er is in deze handleiding ook bijzondere aandacht besteed aan het zo overzichtelijk mogelijk presenteren van de in- en uitvoer van berekeningen en grafieken, zodat deze opgenomen kunnen worden in verslagen en lesmateriaal. Alle grafieken in dit boek, kunnen ook zelf gemaakt worden.

In hoofdstuk 4 wordt een overzicht gegeven van de verschillende wiskundige objecten die in de handleiding voorkomen. Dit is gedaan om het objectgeoriënteerde programma beter te begrijpen en bovendien heeft het te maken met de menu's die aangeboden worden bij het gebruik van de rechtermuisknop. Het programma herkent namelijk het object dat aangeklikt wordt en biedt een bijpassend menu aan voor elementaire berekeningen en bewerkingen.

Niet alle mogelijkheden kunnen in deze handleiding de revue passeren, maar op de website worden er nog enkele aangestipt. Vanaf versie 8 kan men zelf Maplets maken. Dat zijn gebruiksvriendelijke dialoogboxen ten behoeve van visualisaties in wisselwerking met de gebruiker. Met de komst van versie 10 is het maken van Maplets een stuk eenvoudiger geworden met behulp van de Maplet Builder. Er kan hierin ook gewerkt worden met programmeerbare formules (MathML).

De gebruiker kan met behulp van de inhoudsopgave en de uitgebreide index gemakkelijk iets

van zijn gading vinden. Alle voorbeelden staan op zichzelf en zijn afzonderlijk na te doen en te bewerken. Met de vele verwijzingen hoeft niet de volgorde van het boek aangehouden te worden om toch snel het niveau te bereiken van een handige gebruiker. Tevens is deze handleiding uitermate geschikt voor zelfstudie en kan parallel aan elke wiskundemethode aangewend worden op HBO en universitair niveau.

Veel succes bij het gebruik van deze handleiding.

Metha Kamminga-van Hulsen
Lihass, Evia, Griekenland
januari 2006

Inhoudsopgave

Woord vooraf	v
Inhoudsopgave	vii
1 Snel aan de slag	1
1.1 Inleiding	1
1.2 Instellingen Maple Classic Worksheet	1
1.2.1 File Association	1
1.2.2 Mogelijke instellingen	2
1.2.3 Instellingen voor Excel	3
1.2.4 Openen en opslaan van het werkblad	3
1.3 Berekeningen met aanwijzingen	4
1.3.1 Afsluittekens en procenttekens	4
1.3.2 Toekenning	5
1.3.3 Vermenigvuldigen	6
1.3.4 Decimale getallen	6
1.3.5 Namen voor de getallen i , e en π	8
1.3.6 Gebruik van paletten	8
1.4 Contextgevoelige menu's met de rechtermuisknop	8
1.4.1 Oplossen van een vergelijking met de rechtermuisknop	9
1.4.2 Grafieken maken met de rechtermuisknop	10
1.5 Standaardfuncties	11
1.5.1 Absolutewaardefuncties, wortels en oneigenlijke machten	11
1.5.2 De exponentiële functie en de logaritmische functie	12
1.5.3 Goniometrische en cyclometrische functies	13
1.5.4 Faculteitfunctie en binomiaalfunctie	14
1.5.5 Standaardfuncties met een Maplet	14
1.5.6 Functienotatie	15
1.6 Maple als tekstverwerker	16
1.6.1 Het werkblad	17
1.6.2 Paragrafen maken	17
1.6.3 Formules in de tekst	18
1.6.4 Hyperlinks en bookmarks	19
1.7 Spreadsheets	19
1.8 Helpfunctie	20
1.9 Veelvoorkomende beginnersfouten	21
2 Grafieken	23
2.1 Inleiding	23
2.2 Plotopties	24
2.3 Smartplot	24
2.4 De Plot Builder	24

2.5	Functies van één variabele	25
2.5.1	De eenheidsstapfunctie (Heaviside)	26
2.5.2	Functies in stukken	28
2.5.3	Functies met absolute waarden	28
2.6	Vectorfuncties (parameterkrommen)	29
2.6.1	Vlakke krommen	29
2.6.2	Ruimtekrommen	31
2.7	Functies met poolcoördinaten	32
2.8	Impliciete functies	35
2.9	Functies van twee variabelen	38
2.9.1	Contourplot	39
2.9.2	Doorsnijdingen met een vlak	40
2.10	Verschillende soorten grafieken in één figuur	41
2.11	Asymptoten	43
2.12	Animaties	46
2.12.1	Het doorlopen van de grafiek	46
2.12.2	Functies met parameters in een animatie	48
2.12.3	Gebruik van display	50
2.12.4	Animaties met Maplets	51
2.13	Grafiek met punten, pijlen en tekst	52
3	Basisvaardigheden	55
3.1	Inleiding	55
3.2	Formulemanipulatie	55
3.2.1	Substitutie	55
3.2.2	Haakjes wegwerken (expand)	57
3.2.3	Ontbinden in factoren (factoriseren)	57
3.2.4	Wortelvormen	59
3.2.5	Breuken	59
3.2.6	Kwadraat afsplitsen	62
3.3	Vergelijkingen	64
3.3.1	Exact oplossen (solve)	64
3.3.2	Numeriek oplossen (fsolve)	65
3.3.3	Variabele vrijmaken uit een vergelijking	67
3.3.4	Het toekennen van de oplossing	68
3.3.5	Stelsels vergelijkingen	68
3.4	Ongelijkheden	70
3.5	Limieten	72
3.5.1	Limieten met parameters	74
3.6	Differentiëren	75
3.7	Integreren	76
3.7.1	Onbepaald integreren (primitiveren)	77
3.7.2	De bepaalde integraal	77
3.7.3	Integratie met parameters	80
3.8	Maplets met animaties en tutors	80
3.8.1	Differentiëren met Maplets	81

3.8.2	Integreren met Maplets	81
4	Overzicht van wiskundige objecten	83
4.1	Formules uitdrukkingen en functies	83
4.2	Vergelijkingen en ongelijkheden	84
4.3	Intervallen (ranges)	84
4.4	Operanden	84
4.5	Randomgetallen	85
4.6	Rijen (sequenties)	86
4.6.1	Het dollarteken voor een rij	86
4.6.2	De som van een rij	87
4.7	Lijsten (lists)	88
4.8	Verzamelingen (sets)	89
4.9	Vectoren	89
4.9.1	Geavanceerde berekeningen met vectoren	91
4.9.2	Tekenen van vectoren	92
4.10	Matrices	93
4.11	Arrays	94
4.12	Strings	95
4.13	Omzettingen	96
5	Differentiëren	97
5.1	Inleiding	97
5.2	De raaklijn aan de grafiek (functie van één variabele)	97
5.3	De partiële afgeleide (functies van twee variabelen)	99
5.3.1	De richtingsafgeleide	100
5.3.2	Gradiënt	101
5.3.3	Maximum, minimum en zadelpunt	103
5.4	Functies in stukken	105
5.4.1	Eenheidspuls (Dirac-puls)	105
5.4.2	Differentiëren van een functie in stukken	106
5.5	Differentiëren van een vectorfunctie	108
5.6	Differentiëren van impliciete functies	109
5.7	Differentiëren van functies met poolcoördinaten	110
5.8	Machtreeksontwikkeling	111
6	Praktische tips	115
6.1	Inleiding	115
6.2	Het gebruik van indices en subscript	115
6.3	Het gebruik van quotes	115
6.3.1	Quotes	116
6.3.2	Backquotes	116
6.3.3	Dubbele quotes	117
6.4	Afspraken met alias, assume en unprotect	117
6.4.1	Alias	117
6.4.2	Assume	118
6.4.3	Unprotect	119

6.5	Instellingen met interface	119
6.5.1	De imaginaire eenheid	119
6.6	Rekenen met alleen de reële getallen	120
6.7	Eenheden	121
6.8	Maplets	122
6.9	MapleTA	123
6.9.1	Het commando evalb	124
6.9.2	Maple-commando's binnen MapleTA	124
6.9.3	MathML	125
7	Formulemanipulatie	127
7.1	Inleiding	127
7.2	Vereenvoudigen en herleiden	127
7.2.1	Polynomen herleiden	127
7.2.2	Breuken herleiden	129
7.2.3	Wortelvormen herleiden	130
7.2.4	Omzettingen en combinaties	130
7.3	Herleiden met gebruik van vergelijkingen	131
7.4	De Gröbner-basis	132
7.5	Optimaliseren	136
7.5.1	Optimaliseren algemeen	136
7.5.2	Optimalisatie-methodes	137
7.5.3	Lineair programmeren	137
7.5.4	De grafiek van het toelatingsgebied bij lineair programmeren	139
8	Lineaire algebra	141
8.1	Inleiding	141
8.2	Bewerkingen met vectoren	142
8.2.1	Lineaire bewerkingen	142
8.2.2	Het inwendig product (dotproduct)	143
8.2.3	Lengte van een vector	144
8.2.4	Hoek tussen twee vectoren	144
8.2.5	Eenheidsvector	145
8.2.6	Vectorfunctie	146
8.2.7	Vectorveld	148
8.2.8	Het uitwendig product (crossproduct)	149
8.3	Bewerkingen met matrices	151
8.3.1	Combineren van matrices	151
8.3.2	Getransponeerde matrix, determinant en inverse matrix	152
8.3.3	Matrixoptelling, -vermenigvuldiging en eenheidsmatrix	153
8.4	Matrices en vectoren	154
8.4.1	Het blokproduct	155
8.4.2	Raakvlak aan een functievlak	156
8.4.3	Eigenwaarden en eigenvectoren	157
8.5	Stelsels vergelijkingen	161
8.5.1	Vectorvergelijkingen algemeen	161
8.5.2	Lineaire vergelijkingen	162

8.5.3	Eliminatiemethode van Gauss	166
8.5.4	Kleinste kwadratenmethode	169
9	Integreren	171
9.1	Inleiding	171
9.2	Oneigenlijke integralen	172
9.2.1	Integreren van functies in stukken (piecewise)	172
9.2.2	Oneindige discontinuïteit van de integrand	173
9.2.3	Oneigenlijke integraal met parameter	174
9.2.4	De normale verdeling	175
9.3	Enkele toepassingen	176
9.3.1	Booglengte	177
9.4	Meervoudige integratie	179
9.4.1	Inhoudsbepaling met de dubbelintegraal	179
9.4.2	Oppervlaktebepaling met de dubbelintegraal	181
9.4.3	Dubbelintegraal met poolcoördinaten	183
9.5	Laplace-transformatie	184
9.5.1	Voorbeelden van Laplace-getransformeerde	185
9.5.2	De inverse Laplace-transformatie	185
9.6	Fourier	187
9.6.1	De Fourier-reeks	187
9.6.2	De Fourier-transformatie	189
10	Complexe getallen	191
10.1	Inleiding	191
10.2	Basiskennis van de complexe getallen	192
10.2.1	Complex geconjugeerde en basisbewerkingen	192
10.2.2	Het commando <code>evalc</code>	193
10.2.3	Reële deel en imaginaire deel	193
10.2.4	Modulus en argument	193
10.2.5	Het complexe vlak	194
10.2.6	De formules van Euler	195
10.3	Vergelijkingen oplossen in \mathbb{C}	196
10.3.1	Binomiaalvergelijkingen	196
10.4	Grafieken van complexe functies	197
10.4.1	Polair diagram	198
10.4.2	Bode diagram	199
10.4.3	Poolbanen (rootlocus)	201
11	Differentiaalvergelijkingen	205
11.1	Inleiding	205
11.2	Differentiaalvergelijkingen van de eerste orde	206
11.2.1	Veelvoorkomende eerste-orde DV's	206
11.2.2	Het aanbieden van de DV en de gedaante van de oplossing	209
11.3	Differentiaalvergelijkingen van de tweede orde	214
11.3.1	Lineaire DV met constante coëfficiënten	214
11.3.2	Niet-lineaire systemen	217

11.4	Algemene tips voor differentiaalvergelijkingen	220
11.4.1	Functienotatie	220
11.4.2	Het invoeren van een DV	221
11.4.3	Integratieconstanten en parameters	222
11.4.4	Randvoorwaarden	222
11.4.5	Lijnelementenveld	222
11.4.6	Stelsels differentiaalvergelijkingen	223
11.4.7	Numerieke oplossingen	223
11.4.8	Oplosmethoden	224
12	Curvefitting	225
12.1	Inleiding	225
12.2	Regressiekrommen (Trendlijnen)	226
12.3	Splines	229
12.4	Lagrange-polynomen	230
12.5	Aanbieden van de data	232
	Literatuur	235
	Index	237